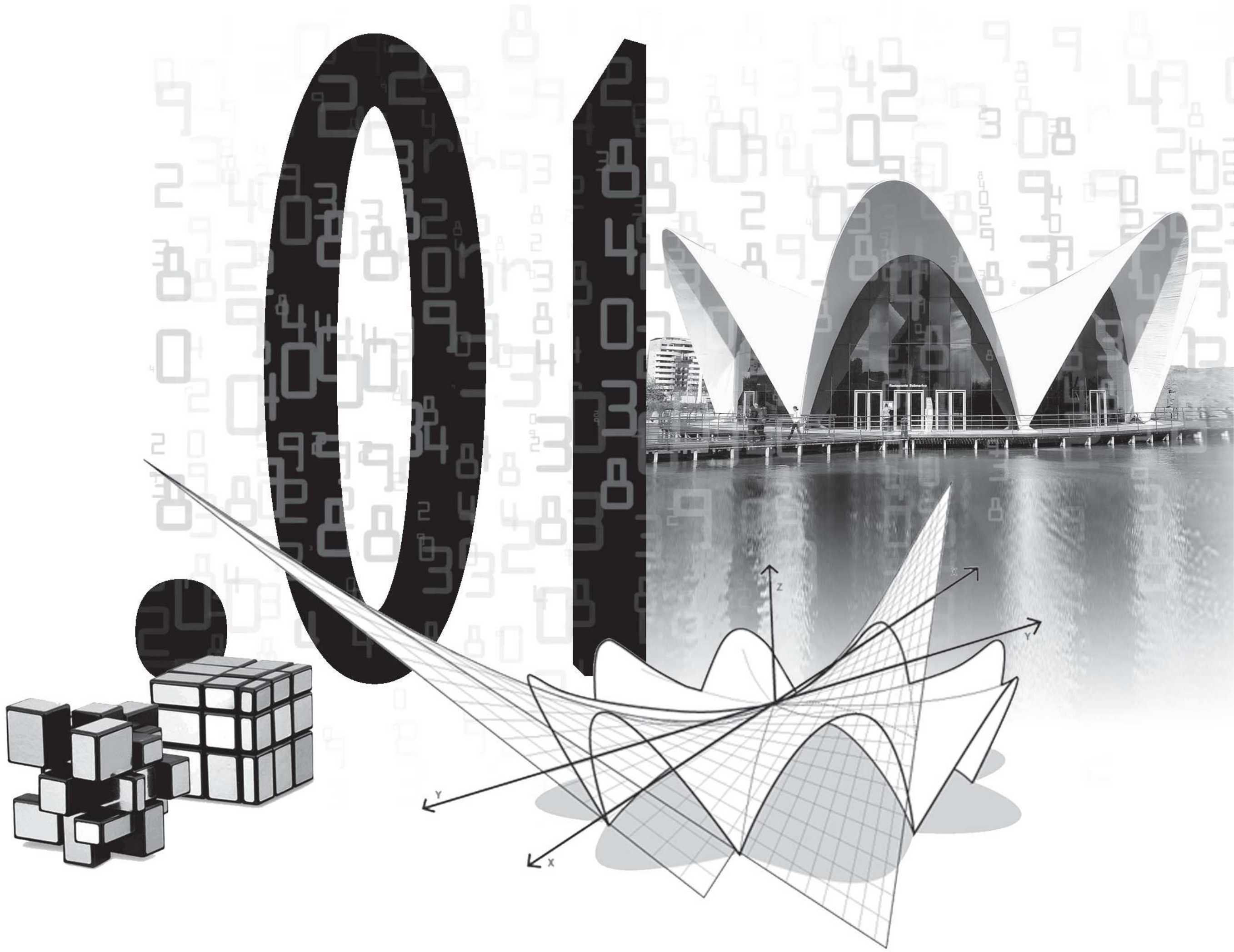

01

CAPITULO .01

Conceptos Matemáticos para Resoluciones y Cuantificaciones Físicas.

PASAJES DE TÉRMINOS
Ejemplos
Ejemplos Aplicados a la Física
Distintos Casos
RAZONES Y PROPORCONES
Aplicaciones en la Fisica.
RAÍCES Y POTENCIAS
Propiedades de las Potencias
Potencias de Igual Base
Potencias de Distinta Base e Igual Exponente
Propiedades de las Raíces
PASAJE DE UNIDADES Y POTENCIAS DE 10
Unidades Lineales
Pasaje de Unidades líneales
Unidades de Superficie
Pasaje de Unidades de Superficie
Unidades de Volumen
Pasaje de Unidades de Volumen
Potencia de Base 10
CONVERSION DE EXPRESIÓN EXPONENCIAL A EXPRESIÓN DECIMAL

PASAJES DE TÉRMINOS.

Ejemplos.

Primer Ejemplo:

Determinar el valor de "x" en la siguiente ecuación:

$$2 \cdot X = 3 \quad \text{ecuación (1)}$$

Necesitamos despejar "x"

Dividimos ambos miembros por 2 y la igualdad no se altera:

$$\frac{2}{2} \cdot x = \frac{3}{2} \quad \text{simplificamos} \quad \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}} \cdot x = \frac{3}{2}$$

$$1 \cdot x = \frac{3}{2} \quad \text{y resulta} \quad x = 1{,}5$$

Verificación:

Reemplazo el valor de "x" en la ecuación (1):

$$\mathbf{2 \cdot (1{,}5) = 3}$$

Se verifica la igualdad, quiere decir que el valor obtenido es correcto.

Resolución Rápida:

$$\mathbf{2 \cdot x = 3}$$

Despejamos: **X = 3 / 2**

Ejemplo 1$_{(2)}$: - 3 x = 6

El valor de "x" que necesitamos es el positivo, por lo tanto el factor pasa con su signo,

X= 6/(- 3)= - 2

Ejemplo 1$_{(3)}$: -3 = -6 x

X= (-6)/(-3)=2

Segundo Ejemplo:

Determinar el valor de "x" en la siguiente ecuación:

$$\frac{X}{4} = 6 \quad \text{ecuación (2)}$$

Necesitamos despejar "x"

Multiplicamos ambos miembros de la igualdad por 4 y la igualdad no se altera

$$4 \cdot \frac{x}{4} = 6 \cdot 4 \quad \text{simplificamos} \quad \cancel{4} \cdot \frac{x}{\cancel{4}} = 6 \cdot 4$$

Así Resulta : X = 24

Verificación:

Reemplazo el valor de "x" en la ecuación (2):

$$\mathbf{\frac{24}{4} = 6}$$

Se verifica la igualdad, quiere decir que el valor obtenido es correcto.

Resolución Rápida: $\frac{x}{4} = 6$

Despejamos : x = 6 . 4 = 24

Ejemplo $2_{(1)}$: $-\frac{x}{4} = 6$

$x = 6.(-4) = -24$

Ejemplo $2_{(2)}$: $\frac{x}{4} = -6$

$x = -24$

Ejemplo $2_{(3)}$: $-\frac{x}{4} = -6$

$x = 24$

Tercer Ejemplo:

Determinar el valor de "x" en la siguiente ecuación:

$$\frac{4}{x} = 8 \quad \text{ecuación (3)}$$

Necesitamos despejar "x"

Multiplicamos ambos miembros de la igualdad por "x" y la igualdad no se altera:

$$x \cdot \frac{4}{x} = 8x \quad \text{simplificamos:} \quad 4 = 8x$$

Volvemos al caso del Primer Ejemplo:

$$\frac{4}{8} = \frac{\cancel{8}x}{\cancel{8}} \quad \text{simplificamos:} \quad \frac{1}{2} = x = 0{,}5$$

Resolución Rápida: $\frac{4}{x} = 8$

Despejamos: $4 = 8x$

Volvemos al caso del Primer Ejemplo:

$$\frac{4}{8} = x \quad \text{simplificando } x = 0{,}5$$

Verificación:

Reemplazo el valor de "x" en la ecuación (3): $\frac{4}{0{,}5} = 8$

Se verifica la igualdad, quiere decir que el valor obtenido es correcto.

Ejemplo 3(1) $- \frac{4}{x} = 8$

$- \frac{4}{8} = x \qquad x = -0{,}5$

Ejemplo 3(2) $\frac{4}{x} = -8$

$- \frac{4}{8} = x \qquad x = -0{,}5$

Ejemplo 3(3) $- \frac{4}{x} = -8$

$\frac{4}{8} = x \qquad x = 0{,}5$

Ejemplos Aplicados a la Física

Primer Ejemplo:

Conocidos la densidad del material y la masa de una columna de hormigón se desea calcular su volumen.

D= 2400 Kg/m³ masa= 650 Kg **Volumen = ?**

D = Masa/Vol $\quad 2400\ Kg/m^3 = \frac{650\ kg}{vol}$ ***(A)***

Multiplico ambos miembros de la igualdad por el volumen para poder llevarlo al numerador y así despejarlo.

$$Vol.\ 2400\ Kg/m^3 = \frac{650\ kg}{\cancel{vol}} \cdot \cancel{vol}$$

$$Vol.\ 2400\ Kg/m^3 = 650\ Kg$$

Ahora lo correcto sería dividir ambos miembros de la igualdad por 2400 Kg/m³ para así despejar el valor del volumen.

$$Volumen = \frac{\cancel{2400\ kg/m^3}}{\cancel{2400\ kg/m^3}} = \frac{650\ \cancel{kg}}{2400\ \cancel{kg}/m^3} = 0{,}2708\ m^3$$

Resolución Rápida:

D= 2400 Kg/m³ masa= 650 Kg **Volumen = ?**

D = Masa/Vol $\quad 2400\ Kg/m^3 = \frac{650\ kg}{vol}$ ***(A)***

Despejo Volumen: $\quad Vol = \frac{650\ kg}{2400\ kg/m^3} = 0{,}2708\ m^3$ **Verificar**

Verificación:

Reemplazo en la igualdad *(A)* el valor del volumen obtenido por calculo y si verifica la igualdad el resultado fue el correcto.:

$$2400\ kg/m^3 = \frac{650\ kg}{0{,}2708\ m^3}$$

Segundo Ejemplo:

Conocidos el Peso Específico del material y el volumen de una columna de hormigón se desea calcular su peso.

Pe = 24.000 N/m³ Vol= 0,288 m³ **Peso = ?**

$$Pe = Peso/Vol \qquad 24.000\ N/m^3 = \frac{Peso}{0{,}288\ m^3} \quad (A)$$

Multiplico ambos miembros de la igualdad por el volumen para poder despejar el peso.

$$0{,}288\ \cancel{m^3}\ .\ 24.000\ N/\cancel{m^3} = \frac{Peso}{\cancel{0{,}288\ m^3}}\ .\ \cancel{0{,}288\ m^3}$$

$$0{,}288\ .\ 24000\ N = Peso = 6.912\ N$$

Verificación:

Reemplazo en la igualdad *(A)* el valor del peso obtenido por calculo y si verifica la igualdad el resultado fue el correcto.:

$$24.000\ N/m^3 = \frac{6.912\ N}{0{,}288\ m^3}$$

Resolución Rápida

Pe = 24.000 N/m³ Vol= 0,288 m³ **Peso = ?**

$$Pe = Peso/Vol \qquad 24.000\ N/m^3 = \frac{Peso}{0{,}288\ m^3} \quad (A)$$

Despejamos el valor del peso aplicando los conceptos aprendidos:

$0{,}288\ m^3\ .\ 24000\ N/m^3 = Peso = 6.912\ N$ **Verificar**

Distintos Casos

Primer Caso:

Determinar el valor de "x" en la siguiente ecuación : $4 + 5.(x+3) = 0$

Aplicamos propiedad distributiva en el 2º término:

$$a\ (b + c) = a\ .\ b + a\ .\ c$$

Resulta entonces: $4 + 5\ .\ x + 5\ .\ 3 = 0$

Agrupamos por un lado los términos que contienen "x" y por otro lado aquellos que no lo contienen.

$4+5.3+5.x=0$ resolviendo $19+5x=0$ $5x= -19$

Como 5 es factor de "x" pasa al otro miembro como divisor.

$$X = \frac{-19}{5} = -\frac{19}{5} = -3{,}8$$

Verificamos reemplazando el valor de "x" encontrado en la ecuación:

$$4 + 5.(x+3)=0$$

$$4 + 5.(-3{,}8+3)=0$$

$$4 + 5.(-0{,}8)=0$$

4 -4= 0 verifica

Segundo Caso

Determinar el valor de "x" en la siguiente ecuación : **- 4 - 5 (x-3)=1**

Aplicamos propiedad distributiva en el 2º término:

$$a(b+c)= a.b+a.c$$

Resulta entonces: $-4+(-5.x)+[(-5).(-3)]=1$

Aplicando ley de signos resulta:

$$-4 - 5x + 15= 1$$

Agrupamos por un lado los términos que contienen "x" y por otro lado aquellos que no lo contienen.

$-4+15-5.x=1$ $-4+15-1-5.x=0$ Resolviendo: $10-5x=0$ $-5x= -10$

Como 5 es factor de "x" pasa al otro miembro como divisor.

$$x = \frac{-10}{-5} = 2$$

Verificamos reemplazando el valor de "x" encontrado en la ecuación:

$$\mathbf{-4 - 5.(x-3)=1}$$
$$\mathbf{-4 - 5.(2-3)=1}$$
$$\mathbf{-4 - 5.(-1)=1}$$
$$\mathbf{-4 +5=1} \text{ **verifica**}$$

RAZONES Y PROPORCIONES, APLICACIONES A LA FÍSICA

Razones y Proporciones

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \qquad a.d = b.c$$

Aplicaciones a la Física

Área 1. Velocidad 1 = Área 2. Velocidad 2

$$\frac{\text{Densidad}}{1} = \frac{\text{masa}}{\text{Volumen}}$$

$$\frac{\text{Peso Específico}}{1} = \frac{\text{Peso}}{\text{Volumen}}$$

$$\frac{\text{Presión}}{1} = \frac{\text{Peso}}{\text{Área}}$$

RAÍCES Y POTENCIAS

Potencias

En una potencia tal como a^n "a" es la base y "n" el exponente. El exponente "n" indica cuantas veces se debe multiplicar la base por si misma para obtener el resultado deseado.

EJ: $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3= 81$

En este caso 3 es la base y 4 el exponente. Matemáticamente es igual

$$a^n$$

a: base
n:potencia o exponente

$$\sqrt[n]{r}$$

r: radicando
n: índice

de correcto colocar: 3^4 que 81 ya que expresan el mismo valor.

Propiedades de las Potencias

Suponiendo que "a" es la base, veremos a continuación que ocurre con distintos tipos de exponente.

- Cualquier número elevado a exponente cero da por resultado la unidad.

$$\mathbf{a^0=1 \quad \text{o sea que} \quad 235^0 = 1 \quad 1.000.000^0 = 1}$$

- Cualquier número elevado a exponente 1 da por resultado la base.

$$\mathbf{a^1 = a \quad \text{o sea que} \quad 235^1 = 235 \quad 1.000.000^1 = 1.000.000}$$

- Cuando el exponente es fraccionario la operación se resuelve extrayendo la raíz (de índice igual al denominador del exponente) de la base elevada a un número igual al numerador del exponente.

$$a^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{a^5} \qquad a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a^1} \qquad 3^{\frac{15}{3}} = \sqrt[3]{3^{15}}$$

Potencias de Igual Base

- El producto de potencias de igual base y distinto exponente da por resultado un número de igual base y exponente igual a la suma de los exponentes de los factores.

$$a^2 \,.\, a^3 = a^{(2+3)} = a^{(5)} \qquad 0{,}234^2 \,.\, 0{,}234^3 = 0{,}234^{(2+3)} = 0{,}234^{(5)}$$

- El cociente de potencias de igual base y distinto exponente da por resultado un número de <u>igual base</u> y cuyo exponente es igual a la diferencia entre los exponentes, del numerador y el del denominador.

$$\frac{a^4}{a^3} = a^{(4-3)} = a^1 \qquad \frac{30^5}{30^9} = 30^{(5-9)} = 30^{-4} = \frac{1}{30^4} \qquad \frac{2^3}{2^3} = 2^{(3-3)} = 2^0 = 1$$

- Todo número elevado a potencia negativa resulta igual al inverso de ese número con exponente positivo.

$$a^{-5} = \frac{1}{a^5} \quad \text{o sea que} \quad 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = 0{,}25$$

- Cuando nos encontramos con el caso conocido como "potencia de potencia" los exponentes se multiplican entre si.

$$(a^3)^{10} = (a)^{3x10} = (a)^{30} \qquad (5^2)^3 = (5)^{2x3} = (5)^6 = 15.625$$

Potencias de distinta Base e igual Exponente

$$a^3 .\, b^3 = (a \,.\, b)^3 \qquad 5^3 . 2^3 = (5 \,.\, 2)^3 = 1.000 \text{ o bien } 1000$$

Raíces

Recuerda: $\sqrt[2]{4} = \pm 2$ ya que $(+2)^2 = 4$ y $(-2)^2 = 4$

Lo mismo ocurre con la siguiente raíz: $\sqrt[4]{16} = \pm 2$ verifica esta afirmación y también lo que sucede con otras raíces pares. Elabora una conclusión.

$$\sqrt[3]{125} = +5 \quad \text{ya que } (+5)^3 = 125$$

¿Entonces que sucede con las raíces de índice impar?

Pasaje de Unidades y Potencias de 10

Unidades Lineales

Km Hm dam m dm cm mm

- Son aquellas con las que medimos una distancia o longitud
- Por ejemplo la distancia entre dos localidades, la distancia entre dos muros, etc.

Unidades Líneales - Medida de Longitud

Pasaje de Unidades Líneales. Ejemplos:

A- Expresar 5m en dm. Teniendo en cuenta que:

0,001Km = 0,01Hm = 0,1dam = 1m = 10dm = 100cm = 1000mm

Vemos que:

1m —— 10 dm

5m —— X dm despejando $X\ dm = \frac{5\,\cancel{m} \times 10dm}{1\cancel{m}} = 50\ dm$

B- Expresar 60mm en dam. Teniendo en cuenta que:

0,001Km = 0,01Hm = 0,1dam = 1m = 10dm = 100cm = 1000mm

1000mm —— 0,1 dam

60 mm —— X dam despejando $X\ dam = \frac{60\ \cancel{mm} \times 0{,}1\ dam}{1.000\cancel{mm}} = 0{,}006dam$

C- Expresar 5 Km en cm. Teniendo en cuenta que:

0,001Km = 0,01Hm = 0,1dam = 1m = 10dm = 100cm = 1000mm

0,001 Km —— 100 cm

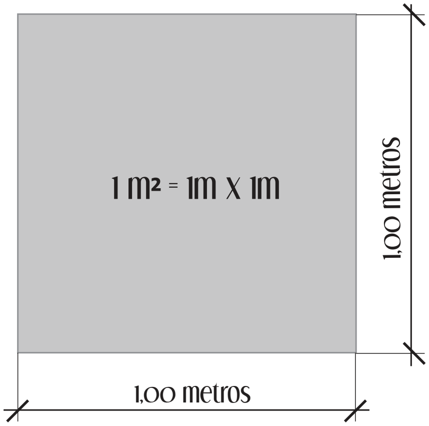
5 Km —— X cm despejando $X\ cm = \frac{5\ \cancel{km} \times 100cm}{0{,}001\cancel{km}} = 500.000\ cm$

Unidades de Superficie

Km^2 Hm^2 dam^2 m^2 dm^2 cm^2 mm^2

-En este caso se multiplican dos magnitudes lineales semejantes: m.m, Km . Km, cm . cm, etc.

- El resultado de este producto es la unidad lineal llevada al cuadrado
- Ejemplo: m . m = m^2; Km . Km= Km^2



Unidades de Superficie

Gráficamente, 1 m² corresponde a la superficie de un cuadrado de 1m de lado.

Pasaje de Unidades de Superficie. Ejemplos:

A- Expresar 5m^2 en dm^2 Teniendo en cuenta que:

0,000001 Km^2 = 0,0001 Hm^2 = 0,01 dam^2 = 1 m^2 = 100 dm^2 = 10.000cm^2 = 1.000.000 mm^2

Vemos que :

1m^2 —— 100 dm^2

5m^2 —— Xdm^2 despejando $X\ dm^2 = \dfrac{5\ \cancel{m^2} \times 100\ dm^2}{1\ \cancel{m^2}} = 500\ dm^2$

B- Expresar 60mm^2 en cm^2. Teniendo en cuenta que:

0,000001Km^2 =0,0001Hm^2 =0,01dam^2 =1m^2 =100dm^2 =10.000cm^2 = 1.000.000 mm^2

1.000.000 mm^2 —— 10.000 cm^2

60 mm^2 —— Xcm^2 despejando $X\ cm^2 = \dfrac{60\ \cancel{mm^2} \times 10.000\ cm^2}{1.000.000\ \cancel{mm^2}} = 0{,}6\ cm^2$

C- Expresar 5Km^2 en m^2. Teniendo en cuenta que:

0,000001Km^2 =0,0001Hm^2 =0,01dam^2 =1m^2 =100dm^2 =10.000cm^2 = 1.000.000 mm^2

0,000001Km^2 —— 1 m^2

5 Km^2 —— Xm^2 despejando $Xm^2 = \dfrac{5\ \cancel{km^2} \times 1\ m^2}{0{,}000001\ \cancel{km^2}} = 5.000.000\ m^2$

Unidades de Volumen

Km^3 Hm^3 dam^3 m^3 dm^3 cm^3 mm^3

- En este caso se multiplican tres magnitudes lineales semejantes:

m.m.m, Km.Km.Km, cm.cm.cm, etc.

- El resultado de este producto es la unidad lineal elevada al cubo.
- Ejemplo: m.m.m = m^3; Km.Km.Km= Km^3

Recordar que el cubo es uno de los sólidos platónicos, tiene todas sus caras iguales y todas son cuadrados.

Pasaje de unidades de Volumen. Ejemplos:

A- Expresar 5m^3 en dm^3. Teniendo en cuenta que:

0,000000001 Km^3 = 0,000001 Hm^3 = 0,001 dam^3 = <u>1 m^3</u> = <u>1.000 dm^3</u> = 1.000.000 cm^3 = 1.000.000.000 mm^3

Vemos que:

1m^3 ——— 1.000dm^3

5m^3 ——— X dm^3 despejando $X\,dm^3 = \dfrac{5\,\cancel{m^3} \times 1.000\,dm^3}{1\,\cancel{m^3}} = 5.000\,dm^3$

B- Expresar 60mm^3 en dm^3. Teniendo en cuenta que:

0,000000001 Km^3 = 0,000001 Hm^3 = 0,001 dam^3 = 1 m^3 = <u>1.000 dm^3</u> = 1.000.000 cm^3 = <u>1.000.000.000 mm^3</u>

1.000.000.000 mm^3 ——— 1.000 dm^3

60 mm^3 ——— X dm^3 despejando:

$X\ dm3 = \dfrac{60\,\cancel{mm^3} \times 1.000\,dm^3}{1.000.000.000\,\cancel{mm^3}} = 0,\,00006\,dm^3$

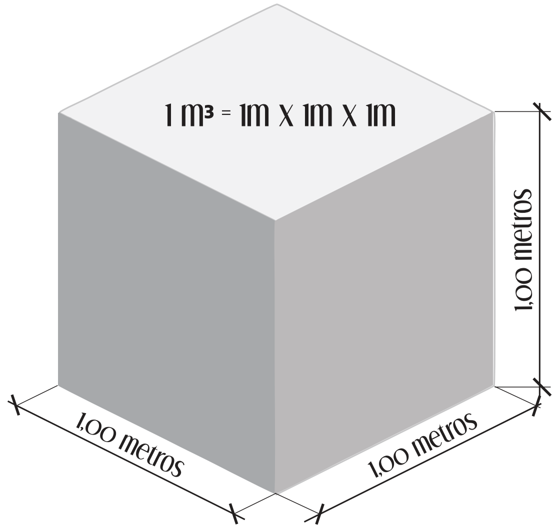
C- Expresar 5 Km^3 en dam^3. Teniendo en cuenta que:

<u>0,000000001 Km^3</u> = 0,000001 Hm^3 = <u>0,001 dam^3</u> = 1 m^3 = 1.000 dm^3 = 1.000.000 cm^3 = 1.000.000.000 mm^3

0,000000001Km^3 ——— 0,001dam^3

5 Km^3 ——— X dam^3 despejando:

$X\,cm^3 = \dfrac{5\,\cancel{km^3} \times 0,001\,dam^3}{0,000000001\,\cancel{km^3}} = 5.000.000\,dam^3$



Unidades de Volumen

Gráficamente, 1m^3 corresponde al volumen de un cubo de 1m de arista.

Cuando queremos expresar números muy grandes es conveniente expresarlos como potencias de base 10.

$10^0 = 1$ por lo tanto $1 \times 10^0 = 1$

$10^1 = 10$ por lo tanto $1 \times 10^1 = 10$

$10^2 = 100$ por lo tanto $1 \times 10^2 = 100$

$10^3 = 1.000$ por lo tanto $1 \times 10^3 = 1.000$

Y así sucesivamente con los exponentes positivos.

Cuando queremos expresar números muy pequeños es conveniente expresarlos como potencias de base 10.

$10^0 = 1$ por lo tanto $1 \times 10^0 = 1$

$10^{-1} = 0,1$ por lo tanto $1 \times 10^{-1} = 0,1$

$10^{-2} = 0,01$ por lo tanto $1 \times 10^{-2} = 0,01$

$10^{-3} = 0,001$ por lo tanto $1 \times 10^{-3} = 0,001$

Y así sucesivamente con los exponentes negativos.

Potencia de Base 10

Expresar como potencias de 10 los siguientes números:

2.345.678,25 Km

Puedo colocar solo una cifra entera multiplicando la potencia de diez, esa cifra es en este caso el 2. Cuento cuantos números hay hasta llegar a la coma, en este caso son seis números, ese será el exponente que colocaremos a la base 10.

Entonces resulta: $2,34567825 \times 10^6$ Km = 2.345.678,25 Km

Siempre el número debe ir acompañado de la unidad si la tuviere.

659.000.000 $dm^3 = 6 \times 10^8$ dm^3

En este caso no hay coma, pero podemos imaginarla de esta manera: 659.000.000,00 dm^3; por lo tanto si tomamos la primera cifra, en este caso el número 6 y contamos la cantidad de dígitos hasta la coma veremos que son 8, y este será el exponente al que se elevará la base 10. **Siempre el número debe ir acompañado de la unidad si la tuviere.**

$450 = 4,5 \times 10^2$

En este caso se trata de un número adimensional (sin unidad) por lo tanto es correcto no colocar ninguna.

0,0000342 Km

Puedo colocar solo una cifra entera multiplicando la potencia de diez, esa cifra es en este caso el 3. Cuento cuantos números hay hasta llegar a la coma, contando el 3, en este caso son cinco números, ese será el exponente que con signo NEGATIVO colocaremos a la base 10.

Entonces resulta: 3,42 Km $\times 10^{-5}$ = 0,0000342 Km

Siempre el número debe ir acompañado de la unidad si la tuviere.

$0,000000500\ dm^3 = 5x\ 10^{-7}\ dm^3$

Si tomamos la primera cifra, en este caso el número 5 y contamos la cantidad de dígitos hasta la coma veremos que son 7, y este será el exponente con signo NEGATIVO al que se elevará la base 10. Los ceros a la derecha del 5 no se tienen en cuenta.

Siempre el número debe ir acompañado de la unidad si la tuviere.

$0,450 = 4,5 \times 10^{-1}$

En este caso se trata de un número adimensional (sin unidad) por lo tanto es correcto no colocar ninguna.

Conversión de Expresión Exponencial a Expresión Decimal:

Exponente Positivo

$3,45 \times 10^2 = 345$

$2,16\ s \times 10^5 = 216.000\ s$

$9,45678\ m \times 10^2 = 945,678m$

$6,00005\ Km \times 10^8 = 600.005.000\ Km$

$1,00200 \times 10^3 = 1.002$

Exponente Negativo

$3,45 \times 10^{-2} = 0,0345$

$2,06\ h \times 10^{-4} = 0,000206\ h$

$9,45678\ m \times 10^{-1} = 0,945678m$

$6\ Km \times 10^{-3} = 0,006\ Km$

$1,00200 \times 10^{-5} = 0,00001002$